WSKV Chur

Mathematik schriftlich

Lehrabschlussprüfungen 2006
für die Berufsmatura kaufmännische Richtung

LÖSUNGEN

Kandidatennummer ______________

Name ______________

Vorname ______________

Datum der Prüfung ______________

Bewertung	mögliche Punkte	erteilte Punkte
1. Aufgabe	11	______
2. Aufgabe	5	______
3. Aufgabe	8	______
4. Aufgabe	23	______
5. Aufgabe	17	______
6. Aufgabe	13	______
7. Aufgabe	4	______
8. Aufgabe	6	______
9. Aufgabe	13	______
Total	**100**	______

Note: ______

Material Arbeitsblätter, Lösungsblätter

Hilfsmittel Taschenrechner, Formelblatt

Zeit 150 Minuten

Hinweise

- Der Lösungsweg muss übersichtlich dargestellt werden; unbelegte Resultate werden nicht berücksichtigt.
- Mehrfachlösungen sind nicht gestattet; Ungültiges ist deutlich zu streichen. Die Schlussresultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Alle Ausrechnungen und Resultate schreiben Sie auf diese Blätter, wenn nötig auch auf die Rückseite. Für reine Entwürfe und Versuche verwenden Sie das Zusatzpapier.

Diese Prüfungsaufgabe darf erst ab 2007 zu Übungszwecken im Unterricht verwendet werden.

1. Division von Summen, Termumformung, Doppelbruch

a) Berechnen Sie den folgenden Quotienten:

$$\left(s^5+2s^2+3s^3+3s^4\right):\left(s^2+2s\right)$$

Lösung:

$$
\begin{array}{l}
\text{a)}(s^5+3s^4+3s^3+2s^2):(s^2+2s)=\underline{\underline{s^3+s^2+s}}\\
-\underline{(s^5+2s^4)}\\
\qquad s^4+3s^3\\
\quad -\underline{(s^4+2s^3)}\\
\qquad\quad s^3+2s^2\\
\qquad\quad \underline{(s^3+2s^2)}\\
\qquad\quad\; --
\end{array}
$$

1a) 3 Punkte	Je Fehler 1 P. Abzug (gilt ohne andere Angabe für alle Aufgaben!)

b) Berechnen und vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\left(\frac{x^2-4}{x^2-1}:\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x+1}\right)\bullet\frac{x-x^2}{x^2+2x}$$

Lösung:

$$\left[\frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)}\bullet\frac{(x+1)^2}{(x-2)^2}\right]\bullet\frac{x(1-x)}{x(x+2)}=\left[\frac{(x+2)(x+1)}{(x-1)(x-2)}\right]\bullet\frac{(1-x)}{(x+2)}$$

$$=\frac{(x+1)(-1)(x-1)}{(x-1)(x-2)}=\frac{-(x+1)}{(x-2)}=\underline{\underline{\frac{1+x}{2-x}}}$$

1b) 3 Punkte	binomische Formeln und Ausklammern richtig = 1 P.
	Rest je Fehler 1 P. Abzug = 2 P.

c) Berechnen und vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{1+\dfrac{1}{1-\dfrac{2}{a+1}}}{a-\dfrac{3a}{3-\dfrac{3}{a}}}=$$

Lösung:

$$1-\frac{2}{a+1}=\frac{a+1-2}{a+1}=\frac{a-1}{a+1}$$

Zähler:

$$1:\frac{a-1}{a+1}=\frac{a+1}{a-1}$$

$$1+\frac{a+1}{a-1}=\frac{a-1+a+1}{a-1}=\frac{2a}{a-1}$$

$$3-\frac{3}{a}=\frac{3a-3}{a}$$

Nenner:

$$3a:\frac{3a-3}{a}=\frac{3a\cdot a}{3a-3}=\frac{a^2}{a-1}$$

$$a-\frac{a^2}{a-1}=\frac{a(a-1)-a^2}{a-1}=\frac{a^2-a-a^2}{a-1}=\frac{-a}{a-1}$$

Zähler : Nenner $= \dfrac{2a}{a-1}\bullet\dfrac{a-1}{-a}=\underline{\underline{-2}}$

1c) 5 Punkte	2. Summand im Zähler = 1 P., Zähler richtig = 2 P.
	Subtrahend im Nenner = 1 P., Nenner richtig = 2 P.
	Division richtig (letzter Schritt) = 1 P.

2. Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungen in der Grundmenge QxQ. Die Definitionsmenge muss bestimmt werden.

(1) $\dfrac{2}{3x+5}-\dfrac{1}{2y-3}=\dfrac{2}{3}$

(2) $\dfrac{1}{3x+5}+\dfrac{1}{2y-3}=\dfrac{5}{6}$

Lösung:

Definitionsmenge:

$$\underline{\underline{D_x = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{5}{3}\}}} \qquad \underline{\underline{D_y = \mathbb{Q} \setminus \{\frac{3}{2}\}}}$$

Lösungsweg 1 (Additionsverfahren)

$$\frac{3}{3x+5} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad 6 = 9x + 15 \quad \Rightarrow \quad -9 = 9x \quad \Rightarrow \quad x = -1$$

$$(1) \quad \frac{2}{2} - \frac{1}{2y-3} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad 3(2y-3) - 3 = 2(2y-3)$$

$$\Rightarrow \quad 6y - 9 - 3 = 4y - 6 \quad \Rightarrow \quad 2y = 6 \quad \Rightarrow \quad y = 3 \qquad \underline{\underline{L = \{-1;3\}}}$$

2) 5 Punkte	Definitionsmenge = 2 P.
	Richtige Addition = 1 P., richtig ausgerechnet/Variable x richtig = 1 P.
	Variable y richtig ausgerechnet = 1 P.

Lösungsweg 2 (Gleichsetzungsverfahren)

$$\text{I)}\ 6(2y-3) - 3(3x+5) = 2(3x+5)(2y-3)$$

$$12y - 18 - 9x - 15 = 2(6xy - 9x + 10y - 15) = 12xy - 18x + 20y - 30$$

$$9x - 12xy - 8y - 3 = 0$$

$$\text{II)}\ 6(2y-3) + 6(3x+5) = 5(3x+5)(2y-3)$$

$$12y - 18 + 18x + 30 = 5(6xy - 9x + 10y - 15) = 30xy - 45x + 50y - 75$$

$$63x - 30xy - 38y + 87 = 0$$

$$\text{I)}\ x(9-12y) = 3 + 8y \qquad x = \frac{3+8y}{9-12y}$$

$$\text{II)}\ x(63-30y) = 38y - 87 \qquad x = \frac{38y-87}{63-30y}$$

$$\text{I} = \text{II)}\ \frac{3+8y}{9-12y} = \frac{38y-87}{63-30y} \qquad (3+8y)(63-30y) = (38y-87)(9-12y)$$

$$189 - 90y + 504y - 240y^2 = 342y - 456y^2 - 783 + 1044y$$

$$216y^2 - 972y + 972 = 0 \qquad 4y^2 - 18y + 18 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 4 \cdot 18}}{8} = \frac{18 \pm 6}{8} \qquad y_1 = 3 \qquad y_2 = 1.5 (\text{keine\_Lösung})$$

$$x = \frac{3+24}{9-36} = \frac{27}{-27} = -1 \qquad \underline{\underline{L = \{-1;3\}}}$$

3. Ungleichung mit einer Unbekannten

a) Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Ungleichung in der Grundmenge Q. Die Definitionsmenge ist ebenfalls zu bestimmen.

$$\frac{7x-13}{x^2-4}+\frac{3x-6}{x+2}\leq\frac{3x-4}{x-2}$$

Lösung:

❶ $\underline{\underline{D=\mathbb{Q}\setminus\{-2;2\}}}$

❷ $$\frac{7x-13}{x^2-4}+\frac{3x-6}{x+2}\leq\frac{3x-4}{x-2} \quad | \bullet (x-2)(x+2)$$

$$\begin{aligned}
&7x-13+(3x-6)\bullet(x-2)\leq(3x-4)\bullet(x+2)\\
&7x-13+3x^2-6x-6x+12\leq 3x^2-4x+6x-8\\
&7x-6x-6x+4x-6x\leq -8-12+13\\
&-7x\leq -7 \qquad | \bullet -1\\
&7x\geq 7
\end{aligned}$$

$x\geq 1$ ⇨ gilt bei positivem Hauptnenner (x-2) (x+2)
$x\leq 1$ ⇨ gilt bei negativem Hauptnenner (x-2) (x+2)

❸

		−2	+2
Fall	⊕	⊖	⊕
Bereich	$x<-2$	$-2<x<2$	$x>2$
Lösung	$x\geq 1$	$x\leq 1$	$x\geq 1$
Effekt. Lösung	{}	$-2<x\leq 1$	$x>2$

2. Lösungsvariante

I) $x-2>0\wedge x+2>0\wedge x\geq 1\Rightarrow x>2\wedge x>-2\wedge x\geq 1\Rightarrow x>2$

II) $x-2<0\wedge x+2<0\wedge x\geq 1\Rightarrow x<2\wedge x<-2\wedge x\geq 1\Rightarrow \{\}$

III) $x-2>0\wedge x+2<0\wedge x\leq 1\Rightarrow x>2\wedge x<-2\wedge x\leq 1\Rightarrow \{\}$

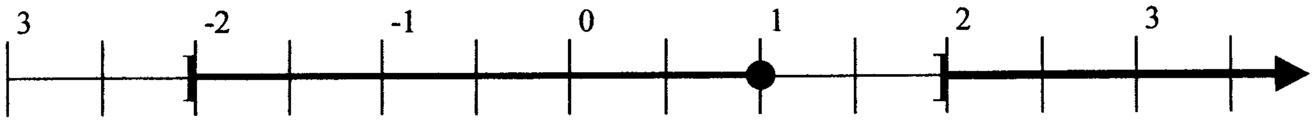
IV) $x-2<0\wedge x+2>0\wedge x\leq 1\Rightarrow x<2\wedge x>-2\wedge x\leq 1\Rightarrow -2<x\leq 1$

❹ $L=\{x\in\mathbb{Q}\mid -2<x\leq 1\vee 2<x\}$

3a) 6 Punkte	Def.menge = 1 P.
	richtig erweitert und x richtig ausgerechnet = 2 P.
	die 3 Fälle richtig unterschieden und eff. Lös. = 3 P. (je Fehler –1)

b) Stellen Sie die Lösung grafisch auf dieser Zahlengeraden dar (alles Nötige anschreiben). Geben Sie auch deutlich an, ob der jeweilige Anfangs- und Endpunkt dazugehört oder nicht (Zeichen ● bzw.] oder [ )

Lösung:



3b) 2 Punkte	2 Strecken richtig eingezeichnet (je 1 P.)

4. Potenzen, Wurzeln, Exponentialgleichungen und Logarithmen

a) Vereinfachen Sie den folgenden Wurzelausdruck so weit wie möglich. Die Lösung darf in Potenz- oder in Wurzelform geschrieben werden.

$$\sqrt[4]{\frac{32a^3b^5}{81a^{-2}b}}$$

Lösung:

$$\frac{2}{3}\sqrt[4]{2a^5b^4} = \underline{\underline{\frac{2ab}{3}\sqrt[4]{2a} \quad \text{oder} \quad \frac{2ab}{3}\cdot(2a)^{\frac{1}{4}}}}$$

4a) 3 Punkte	Je Fehler –1

b) Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich. Das Resultat ist in Potenzform anzugeben.

$$\frac{u^{\frac{1}{6}} : (v^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{uv})}{uv^{\frac{7}{6}}} : \sqrt[3]{(uv)^2}$$

Lösung:

$$\frac{u^{\frac{1}{6}} \cdot v^{-\frac{2}{3}} \cdot u^{-\frac{1}{2}} \cdot v^{-\frac{1}{2}}}{u \cdot v^{\frac{7}{6}} \cdot u^{\frac{2}{3}} \cdot v^{\frac{2}{3}}} = u^{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}-1-\frac{2}{3}} \cdot v^{-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-\frac{7}{6}-\frac{2}{3}} = \underline{\underline{u^{-2}v^{-3}}} = \underline{\underline{\frac{1}{u^2 \cdot v^3}}}$$

4b) 3 Punkte	Je Fehler – 1 P.

c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge(n) folgender Wurzelgleichung in der Grundmenge R. Die Definitionsmenge ist ebenfalls anzugeben.

$$6-\sqrt{x+9}=\sqrt{2x-10}$$

Lösung :

$D_1=\{x\in\mathbb{R}\mid x\geq -9\}$ $\quad$ $D_2=\{x\in\mathbb{R}\mid x\geq 5\}$

Zusammengefasst ergibt sich: $\underline{\underline{D=\{x\in\mathbb{R}\mid x\geq 5\}}}$

$36-12\sqrt{x+9}+x+9=2x-10 \;\Rightarrow\; -12\sqrt{x+9}=x-55$ | quadrieren

$\Rightarrow\; 144(x+9)=x^2-110x+3025 \;\Rightarrow\; x^2-254x+1729=0 \;\Rightarrow$

$$x_{1,2}=\frac{254\pm\sqrt{254^2-4\bullet 1729}}{2}=\frac{254\pm 240}{2}\;\Rightarrow$$

$x_1=\frac{494}{2}=247$ (keine Lösung – Probe)

$x_2=7$ $\quad$ $\underline{\underline{L=\{7\}}}$

4c) 6 Punkte	Definitionsmenge = 2 P.
	richtig quadriert = 3 P. (je Fehler –1 P.)
	richtige Lös.menge (erste Lösung weggelassen) = 1 P.

d) Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$\sqrt{16^{2x-2}} = 2^{3x-2}$$

Lösung: Basis gleichsetzen (logarithmieren auch richtig)

quadrieren $\rightarrow\; 16^{2x-2}=2^{6x-4} \;\rightarrow\; (2^4)^{2x-2}=2^{6x-4} \;\rightarrow\; 2^{8x-8}=2^{6x-4}$

$\rightarrow\; 8x-8=6x-4 \;\rightarrow\; 2x=4 \;\rightarrow\; \underline{\underline{x=2}}$

4d) 3 Punkte	Je Fehler – 1

e) Wahr oder falsch?

e1) $\log_3 108 = 1+\log_3 36$	☒ wahr	☐ falsch	....
e2) $\log_a \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}} = \frac{1}{8}$	☐ wahr	☒ falsch	= 0.25
e3) Die Funktion $y=\log_a x$ ist die Umkehrung der Funktion $y=a^x$	☒ wahr	☐ falsch	....
e4) Jede Logarithmusfunktion verläuft durch den Punkt 1/1	☐ wahr	☒ falsch	durch P (1;0)

4e) 8 Punkte	je Aufgabe 2 P.

5. Lineare und quadratische Funktion mit grafischer Darstellung

Gegeben sei die Gerade durch die Punkte P(–3/1) und Q(6/3) sowie die Parabel mit der Funktion $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$.

a) Berechnen Sie die Nullstellen und den Scheitelpunkt der Parabel und stellen Sie die Resultate formal richtig dar.

Lösung:

Nullstellen bestimmen: y = 0

$$\Rightarrow \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_{1,2} = -\left(\frac{-2}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3} = 1 \pm \sqrt{4}$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -1$$

→ $\underline{\underline{N_1\,(-1\,/\,0),\ N_2\,(3\,/\,0)}}$

Scheitelpunkt:

x-Koordinate: [3 + (–1)] : 2 = 1

→ y-Koordinate: $y = \frac{1}{4}(1)^2 - \frac{1}{2}(1) - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -1$

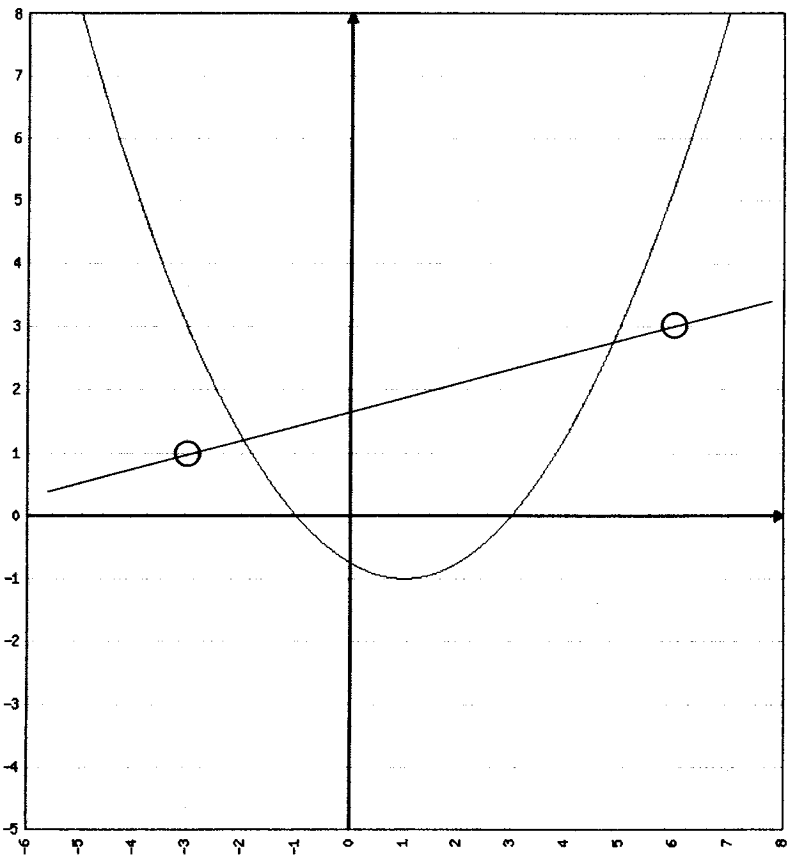
→ $\underline{\underline{S\,(1\,/\,-1)}}$

5a) 6 Punkte	x_1 und x_2 richtig berechnet = 2 P. (je Fehler –1)
	Nullstellen richtig dargestellt = 1 P.
	x-Koord. des Scheitelpunkts richtig berechnet = 1 P.
	y-Koord. richtig berechnet bzw. richtig eingesetzt = 1 P.
	Scheitelpunkt richtig dargestellt = 1 P.

b) Zeichnen Sie beide Funktionen (Gerade und Parabel) in das Koordinatensystem ein und erstellen Sie eine Wertetabelle für die Parabel mit mind. 6 geeigneten x-Werten (saubere Darstellung und geeignete Auswahl wird bewertet!).

Lösung:

Funktionsgleichung:



Wertetabelle Parabel:

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6
y	11.25	5.25	3	1.25	0	–0.75	–1	–0.75	0	1.25	3	5.25

5b)	**5 Punkte**	**Richtiges Einzeichnen der Parabel und Geraden = 3 P. (je Fehler –1)**
		Richtige Berechnungen in der Wertetabelle sowie Auswahl = 2 P.

c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden.

Lösung:

Gleichung der Geraden sowie m ausrechnen:

$$P: \ 1 = m \bullet (-3) + q \quad \rightarrow \quad q = 1 + 3m$$
$$Q: \ 3 = m \bullet (6) + q \quad \rightarrow \quad q = 3 - 6m$$

$$\rightarrow \ 3m + 1 = -6m + 3 \quad \rightarrow \quad 9m = 2 \quad \rightarrow \quad m = 2/9$$

q ausrechnen :

$$q = 3 \bullet (2/9) + 1 = 6/9 + 1 = 5/3 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{y = 2/9x + 5/3}}$$

5c) 4 Punkte	Gleichung für P und Q richtig dargestellt = 1 P.
	Gleichungen bzw. Steigung richtig ausgerechnet = 1 P.
	m richtig eingesetzt und q richtig berechnet = 1 P.
	Gleichung richtig dargestellt = 1 P.

d) Bestimmen Sie rechnerisch die Schnittpunkte dieser Parabel mit der neuen Geraden $y = -½x + 1.5$

Lösung:

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}x + 1.5 \quad \Big| \bullet 4$$
$$\rightarrow \ x^2 - 2x - 3 = -2x + 6 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -3$$

y ausrechnen:

$$y_1 = -\frac{1}{2}(3) + \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad y_1 = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad y_1 = 0$$
$$\rightarrow \ y_2 = -\frac{1}{2}(-3) + \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad y_2 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3$$

$\rightarrow$ Schnittpunkt $\underline{\underline{S_1(3/0), \ S_2(-3/3)}}$

5d) 6 Punkte	Beide Gleichungen gleichgesetzt = 1 P.
	x_1 und x_2 richtig ausgerechnet = 2 P.
	y_1 und y_2 richtig ausgerechnet = 2 P.
	Schnittpunkte richtig dargestellt = 1 P.

6. Kosten-, Gewinn- und Erlösfunktion

Die Firma FirstHandy bietet zwei Abonnements-Varianten an.

Variante I)
Die Grundgebühr pro Monat beträgt CHF 18.–. Zusätzlich werden pro Gesprächsminute 70 Rappen belastet.

Variante II)
Es gibt keine Grundgebühr pro Monat, pro Minute wird ein fester Betrag in Rechnung gestellt. Nadja hat die Variante II) gewählt. Für den letzten Monat hat Nadja für 70 Gesprächsminuten eine Rechnung von CHF 90.–. erhalten.

a) Bestimmen Sie für Variante I die Funktionsgleichung (Gesprächskosten in CHF für x Minuten).

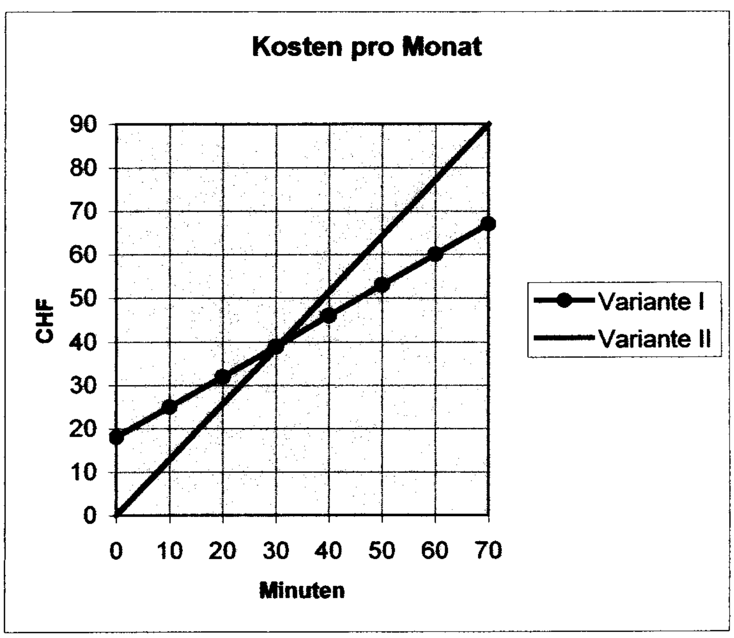
Lösung:
$$\underline{\underline{y_I = 0.7x_I + 18}}$$

6a) 2 Punkte	richtige Steigung (m) und Schnittpunkt y-Achse (q) = je 1 P.

b) Grafische Darstellung

Tragen Sie in dieses Koordinatenystem die zwei Funktionen der beiden Varianten ein und schreiben Sie sie an. Schreiben Sie zudem auch die Masse an den beiden Achsen an.

Lösung:



6b) 4 Punkte	Achsen angeschrieben = 1 P.
	Beide Geraden richtig eingezeichnet = 2 P. und angeschr. = 1 P.

c) Berechnen Sie, ab wie vielen Gesprächsminuten pro Monat Variante I günstiger ist als Variante II (auf ganze Minuten aufrunden).

Lösung:

Bekannte Punkte von Variante II: $P_a(0;0)$ und $P_b(70;90)$. Daraus ergibt sich folgende Funktionsgleichung:

$$m = \frac{90}{70} = \frac{9}{7} \quad \Rightarrow \quad y_{II} = \frac{9}{7}x$$

Schnittpunkt:

$$0.7x + 18 = \frac{9}{7}x \quad \Big| \bullet 7$$

$$\Rightarrow \quad 4.9x + 126 = 9x \quad \Rightarrow \quad 4.1x = 126 \quad \Rightarrow \quad x = 30.73$$

Bei 31 und mehr Gesprächsminuten pro Monat telefoniert man mit Variante I günstiger.

6c) 4 Punkte	**2. Funktionsgleichung richtig = 2 P.**
	beide Funktionen gleichgesetzt = 1 P.
	richtig aufgelöst nach x = 1 P.

7. Textgleichungen

150 Personen, Erwachsene und Kinder, nehmen an einem Skiausflug teil. Die Gesamtkosten für die Kinder betragen 5400 Franken, diejenigen für die Erwachsenen 750 Franken, wobei ein Erwachsener 10 Franken mehr als ein Kind bezahlen muss.
Wie viele Erwachsene und wie viele Kinder nehmen am Skiausflug teil?

Lösung:

	Anzahl	Kosten pro Person	Gesamtkosten
Erwachsene	x	y + 10	x(y + 10)
Kinder	150 – x	y	(150 – x)y

Gleichungssystem:

$$\left|\begin{array}{c} x(y+10)=750 \\ (150-x)y=5400 \end{array}\right| \rightarrow \left|\begin{array}{c} xy+10x=750 \\ 150y-xy=5400 \end{array}\right| \quad \text{addieren} \rightarrow \quad \begin{array}{l} 10x+150y=6150 \\ x=615-15y \end{array}$$

x einsetzen in 2. Gleichung:

$$150y-(615-15y)y=5400$$
$$150y-615y+15y^2=5400$$
$$y^2-31y-360=0$$
$$(y-40)(y+9)=0$$
$$y_1=40\ (\textit{gesuchteLösung})$$
$$(y_2=-9)$$
$$x=15$$

<u>Am Skiausflug nehmen 15 Erwachsene und 135 Kinder teil.</u>

7) 5 Punkte	2 richtige Gleichungen aufgestellt = 2 P.
	beide Gleichungen richtig gelöst = 2 P.
	Frage vollständig und richtig beantwortet = 1 P.

8. Abschreibungen

Die Transportfirma Brunner AG kauft einen neuen Lastwagen für 230'000 Franken. Linear kann Herr Brunner 10 % des Anschaffungswerts pro Jahr abschreiben. Degressiv kann Herr Brunner 20 % des jeweiligen Buchwerts abschreiben.

a) Formulieren Sie für jede der beiden Abschreibungsmethoden die Funktionsgleichung für den Buchwert im Jahre n.

Lösung:
I) lineare Abschreibungen

II) degressive Abschreibungen

I) $\underline{\underline{B_I = 230'000 - 0.1 \cdot 230'000 \cdot n}}$

II) $\underline{\underline{B_{II} = 230'000 \cdot 0.8^n}}$

b) Berechnen Sie den Restwert (Buchwert) für beide Methoden nach 7 Jahren. Das Ergebnis ist auf ganze Franken zu runden.

Lösung:

I) $\underline{\underline{B_I = 230'000 - 0.1 \cdot 230'000 \cdot 7 = 69'000 \text{ CHF}}}$

II) $\underline{\underline{B_{II} = 230'000 \cdot 0.8^7 = 48'234 \text{ CHF}}}$

8a) 4 Punkte	Gleichung I richtig = 2 P., Gleichung II richtig = 2 P.
8b) 4 Punkte	je richtige Lösung 2 P.

9. Lineare Optimierung

Die Firma Mediamarkt kann für höchstens CHF 42'000.– Fernsehgeräte und Videorekorder bei einer Aktion bei Bang&Olufson einkaufen. Die Anzahl der Fernsehgeräte soll wenigstens 1/3 und höchstens die gleiche Anzahl der Videorekorder betragen. Ein Fernsehgerät kostet im Einkauf CHF 2100.– und ein Videorekorder CHF 700.–. Der Gewinn beträgt beim Verkauf eines Fernsehgerätes CHF 160.–, beim Verkauf eines Videorekordes CHF 80.–.

a) Führen Sie alle Definitionen auf.
b) Geben Sie alle Bedingungen einschliesslich der Zielfunktion.
c) Stellen Sie die Situation grafisch dar (die Zielgerade zeichnen Sie gestrichelt durch den Maximumpunkt).
d) Bei welchen Koordinaten liegt das Gewinnmaximum? (je Anzahl Geräte angeben) Das in der Grafik abgelesene Ergebnis muss rechnerisch belegt werden.
e) Wie gross ist dieser maximierte Gewinn in CHF?

Lösung:

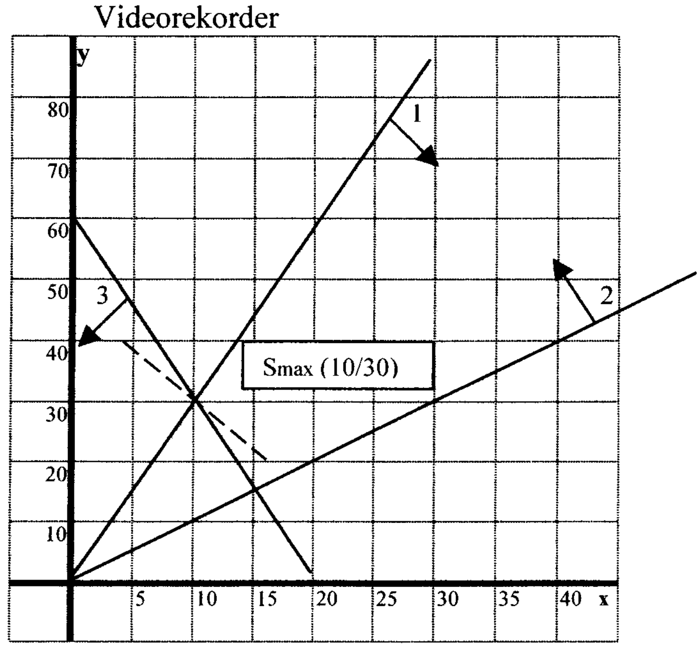
a) Definitionen:

$D = N_0 \times N_0$
X = Anzahl Fernsehgeräte
Y = Anzahl Videogeräte

b) Bedingungen:

1)	$x \geq 1/3\, y$	$\rightarrow$	$y = 3x$	; $\leq$
2)	$x \leq y$	$\rightarrow$	$y = x$	; $\geq$
3)	$2100x + 700y \leq 42000$	$\rightarrow$	$y = -3x + 60$	; $\leq$
4)	$z = 160x + 80y$	$\rightarrow$	$y = -2x$	

c) Grafische Darstellung:



d) Maximum: **10** Fernsehgeräte, **30** Videorekorder: S_{max} (10/30)

$y = 3x$ und $y = -3x + 60 \rightarrow 3x = -3x + 60 \rightarrow 6x = 60 \rightarrow \underline{\underline{x = 10 \text{ und } y = 30}}$

e) Maximaler Gewinn: $z = 160\,(10) + 80\,(30) = 1600 + 2400 = \underline{\underline{4000.\text{– CHF}}}$

9a) 2 Punkte	3 richtige Definitionen
9b) 4 Punkte	3 richtige Bedingungen und Zielgerade
9c) 3 Punkte	Alle Geraden und Gewinnmax. richtig eingezeichnet
9d) 2 Punkt	richtiges Berechnen des Maximums S
9e) 2 Punkte	richtiges Berechnen des Gewinnmaximums in CHF